

Oyun teorisi: Ders 19 Transkript

12 Kasım 2007

Profesör Ben Polak: Geçen sefer bir sürü yeni fikir anlattık ve bu bir ders için oldukça fazla fikirdi. Anlattığımız fikirlerin bazıları şunlardı. Bilgi kümelerinden bahsettik ve bunlar mükemmel olmayan bilgiyi modelleyebilmemizin bir yoluydu. Peki, mükemmel olmayan bilgi nedir? Bu aynı oyun içinde hem eşanlı hem de ardışık hamleleri yakalayabilmenin bir yoluydu. Yani ara sınav öncesi ve ara sınav sonrası çıkarmış olduğumuz dersleri birleştirmemizin bir yoluydu.

Sonra bu bağlamda stratejilerin ne anlama geldiğini konuştuk ve temel fikir şu stratejiler talimatlarıdır – her bir oyuncu için stratejiler – onların her bir bilgi kümesinde bir talimat verir. Sonra alt-oyunların ne olduğunu konuştuk, teknik nitelikleri bir yana bırakırsak, alt-oyunlar sadece oyun içinde oyunlardır. Ve son olarak alt-oyun mükemmelliği kavramını takdim ettik ki bu Nash dengesi fikrini rafine eden bizim yeni çözüm kavramımızdır. Alt-oyun mükemmelliğinin yapacağı şudur oyunculara her bir alt-oyunda bir Nash dengesi oynamaları talimatını verecektir. Bunu söylemenin bir başka yolu şudur, bir alt-oyun dengesi tüm oyun içinde bir dengedir, ama aynı zamanda her bir alt-oyunda bir Nash dengesine yol açar.

Şimdi, bugün örnekler göreceğiz. Eğer zamanımız olursa üç farklı örnek üzerinden gideceğim ve her örneğin sonunda bu oyundan ne alabilmeyi umduğumu söyleyeceğim. Geçen sefer birçok resmi şey vardı. Bugün birçok örnek olacak. Tamam, bizim ajandamız bu. İşte bir oyun. Bu birinci örneğimiz. Ve ben bu örneğe, bu oyuna şöyle diyeceğim “hata yapma” ve bir dakika içinde neden böyle olduğunu göreceğiz.

Bu oyunda Oyuncu 1 Yukarı ve Aşağı arasında seçim yapmalıdır. Eğer Oyuncu 1 Yukarıyı seçerse o zaman Oyuncu 2'ye sıra gelir ve sol veya sağ seçer. Ve eğer Oyuncu 2 solu seçerse o zaman Oyuncu 1'e tekrar sıra gelir ve Oyuncu 1 yukarı veya aşağı arasından seçim yapar. Herkes bu oyuna bakıyor mu? Neden bu oyunu oynamıyoruz çünkü uzun zamandır bir oyun oynamadık. Bugün birkaç oyun oynayacağız.

Şöyle yapacağım, hadi sınıfı ikiye bölelim. Yani eğer sınıfın ortasından bir çizgi çekersem, benim solumda kalan herkes (sizin sağınızda) sınıfın bu tarafındaki herkes Oyuncu 1'dir. Tamam, siz hepiniz Oyuncu 1'siniz. Ve sınıfın bu tarafındaki herkes Oyuncu 2 olsun, şu kameradan saklanmaya çalışan arkadaşlar dahil, hepiniz Oyuncu 2'siniz. Tamam, hadi ne yapacağımızı bulalım. Herkes oyuna bakacak zamanı buldu mu? Birinci oyuncular siz ilk hamleyi yapacaksınız, aşağıyı seçecek olanlar şimdi

ellerini kaldırsın. Elinizi kaldırın. Havada sallayın. Yukarıda tutun ki kamera sizi görebilsin. Ve Yukarıyı seçecek olanlar ellerinizi kaldırın.

Çok daha fazla yukarı var. Yukarıyı seçenler neden hepiniz ayağa kalkmıyorsunuz. Burada tek egzersiz yapan ben olmak istemiyorum, yani Yukarıyı seçen herkes, ayağa kalkın. Görüyorsunuz ki aşağıyı seçmek oyunu sonlandırır, yani bu kadar insan oyunu hala oynuyor. Hala oturuyor olan herkes, oturmuş olan herkes dışarıda kaldı. Pekâlâ, ikinci oyuncular sıra size geldi. Peki, ikinci oyuncular, sağı seçenleriniz bu koridorda oturanlar dahil, sağı seçmiş olanlar şimdi elinizi kaldırın – şurada bir tane sağ var. Solu seçmiş olanlar ellerinizi kaldırın. Neden hepiniz ayağa kalkmıyorsunuz, sırf bir Pazartesi sabahında uyanmak için, öbür türlü herkes uyukluyor.

Hala oyunda olan Oyuncu 2'lere pardon Oyuncu 1'lere geri gidelim. Yani ilk seferinde Yukarıyı seçmiş olanlar, kaçınız şimdi aşağıyı seçiyor? Eğer sağı seçtiyseniz elinizi kaldırın ve eğer yukarıyı seçtiyseniz elinizi kaldırın. Bunun bir örneğini alabilmek için, hadi 2'leri tekrar oturtalım ki insanlar onları görebilsinler. 2'ler oturun. Birinci oyunculardan hala oyunda olup yukarıyı seçenler şimdi elinizi kaldırın. Sanırım bu herkes, doğru mu? Tamam, hepiniz oturabilirsiniz. Hadi bir süre bu oyunu konuşalım ve sonra onu analiz edeceğiz.

Şimdi, bu ara sınavdan beri yaptıklarımız ışığında zor bir oyun değil. Bu oyunda yapmamız gereken şeyin geriye dönük çıkarım olduğu çok açık. Yani hadi buradan başlayalım. Tamam, yani geriye dönük çıkarım ile şunu buluruz, eğer Oyuncu 1 ikinci kez hamle sırasına sahip olursa o zaman 4 ve 3 arasından 4'ü seçecektir. Oyuncu 2, eğer ona sıra gelirse, yarın Oyuncu 1'in ne seçeceğini bilerek, eğer solu seçerse 3 ile eğer sağı seçerse 2 arasından seçim yapıyor olacaktır. Yani oyunda kalır ve solu seçer ki bu çoğunuzun yaptığı şeydi. Son olarak oyunun başında Oyuncu 1, kendisi yukarıyı seçtiğinde Oyuncu 2'nin solu seçeceğini bilir, yani eğer yukarıyı seçerse sonunda 4 alır ve eğer aşağıyı seçerse 2 alır yani yukarıyı seçecektir.

Yani bu oyunda geriye dönük çıkarımın ne yapacağı oldukça açık ve çoğunuzun oyunda yaptığı da buydu. Doğru mu? Ancak herkes böyle yapmadı. Esasında Oyuncu 1'lerden bazıları, neden elinizi kaldırmıyorsunuz, bu insanlar aşağıyı seçti – aşağıyı seçenler. Bundan daha fazlası vardı. Hepiniz ayağa kalkabilirsiniz. Şu anda ayağa kalkmamış olanlar ellerini kaldırsın. Şimdi insanlar saklanıyorlar, ama bunun önemi yok. Aşağıyı seçen insanların aşağıyı seçmelerinin bir nedeni olabilir ve aşağıyı seçmelerinin nedeni şu olabilirdi şöyle düşündüler – geriye dönük çıkarım yapabiliyor olsalar da – yani geriye dönük çıkarım ile Yukarı onlara daha iyi bir cevap sağlıyor olsa bile – onlar yukarıyı seçtiğinde Oyuncu 2'nin hata yapacağını ve sağı seçeceğinden endişe ediyor olabilirlerdi. Fark ettiyseniz eğer Oyuncu 2 sağı seçerse o zaman Oyuncu 1 sadece 1 alır ama buna karşın Aşağı 2 veriyordu. Yani bir mantığa göre, Oyuncu 2'nin hata yapabileceğinden endişe ederken, Aşağı Oyuncu 1 için yapması daha güvenli olan bir şeydir.

Bu aşağı yukarı – eğer öyleyse kafanızı sallayın: aşağıyı seçmiş olanlar için sizin düşündüğünüz de biraz bu muydu? Bazıları yana sallıyor, bazıları öne sallıyor. Bu iyiye işarettir. Şimdi, neden Oyuncu 2 aslında hata yapıp sağ seçebilir? Çünkü Oyuncu 2 kendisi Oyuncu 1'in şu aşamada hata yapabileceğini düşünüyor olabilir. Eğer bu aşamada oyuncu 1 hata yapıp aşağıyı seçerse, o zaman Oyuncu 2 solu seçerek sadece 1 alır ve onun için güvenli olan bu yüzden 2 getiren sağ seçeneğidir. Yani burada geriye dönük çıkarım yanıtını almak için – ki çoğumuz bunu yaptı – burada geri dönül çıkarım yanıtını almak Oyuncu 1'in Oyuncu 2'nin geri dönük çıkarım oynayacağına inanmasına bağlıdır ve bu da Oyuncu 1'in, Oyuncu 2'nin Oyuncu 1'in bu son safhada hata yapmayacağına inandığına inancı olmasını gerektirir. Tekrar söyleyeyim, Oyuncu 1 için Oyuncu 2'nin hata yapmaması gerekir ve bunun anlamı da Oyuncu 1'in Oyuncu 2'nin onun hata yapmayacağına inanmasına ihtiyacı vardır.

Herkes oyunu görüyor mu? Tamam, hadi geçen sefer öğrendiklerimizle bu oyunu analiz etmeye çalışalım ve ne bulacağımıza bir bakalım. Yapılacak ilk iş şu bu oyunun stratejilerine bakalım. Oyuncu 2'nin sadece 2 stratejisi var, sol ve sağ, çünkü Oyuncu 2'nin sadece 1 tane bilgi kümesi var – ve fark ederseniz bu oyun aslında mükemmel bilgili bir oyun yani çok kolay olacak. Oyuncu 1'in 2 bilgi kümesi var. Her birinde Oyuncu 1'in iki seçeneği var yani toplamda 4 stratejisi olmalı. Yani bu oyunu matris formatına soktuğumuzda 4 x 2 bir oyun olur. İşte burada. Ve Oyuncu 1 için stratejiler şunlar (yukarı, yukarı), (yukarı, aşağı), (aşağı, yukarı) ve (aşağı, aşağı). Ve Oyuncu 2'nin stratejileri ise sadece sol ve sağ. Ve şimdi getirileri koyabiliriz. Yani ((yukarı, yukarı), sol) bize (4, 3) verir. ((yukarı, yukarı), sağ) bize (1, 2) verir. ((yukarı, aşağı), sol) bize (3, 1) verir. ((yukarı, aşağı), sağ) bize yine (1, 2) verir: burada oyundan dışarı çıkarız. (aşağı, yukarı) kolaydır çünkü ilk safhada oyundan çıkar yani bunların hepsi sadece (2, 1) olur. Herkes mutlu mu? Yapmış olduğum şey şu bu oyunu matris haline dönüştürdüm.

Ve hadi bu oyundaki Nash dengelerine bakalım. Bunu tahtada yapayım çünkü bu aşaması oldukça kolay. Nash dengelerine bakmak için, hadi şimdilik sadece saf strateji dengelerini düşünelim. Eğer Oyuncu 2 sol seçerse, Oyuncu 1'in en iyi tepkisi (yukarı, yukarı) stratejisidir. Ve eğer Oyuncu 2 sağ seçerse o zaman Oyuncu 1'in en iyi tepkisi ya (aşağı, yukarı) veya (aşağı, aşağı) dır. Bu tam olarak yapmış olduğumuz sohbetin kendisidir. Eğer Oyuncu 2 hata yapacak ve sağ seçecekse o zaman Oyuncu 1 oyundan hemen çıkmak ister. Tam tersi, eğer Oyuncu 1 (yukarı, yukarı) yı seçerse o zaman Oyuncu 2 mutludur ve Oyuncu 1'e güvenerek solu seçecektir. Eğer Oyuncu 1 (yukarı, aşağı) seçecek olursa, bu Oyuncu 1'in ikinci safhada hata yaptığı anlamına gelir. Yani bu durumda Oyuncu 2 sağ seçerek oyundan çıkmak ister. Eğer Oyuncu 1 (aşağı, yukarı) yı seçerse o zaman Oyuncu 2 esasen – zaten hamle yapmayacağı için fark etmez kayıtsızdır.

Yani bundan görüyoruz ki 3 Nash dengesi var, bunlara 1, 2 ve 3 diyelim. Nash dengesinin biri şudur ((yukarı, yukarı), sol). Bir başka Nash dengesi şudur ((aşağı,

yukarı), sağ): buradadır. Ve üçüncü Nash dengesi ((aşağı, aşağı) sağ) dır. Yani bu oyunda üç tane saf strateji Nash dengesi vardır. Hadi bunların ne yaptıklarına bakalım. İlki ((yukarı, yukarı), sol) şöyle yukarı, sola ve yukarı bizi buraya getirir. Yani bu geriye dönük çıkarıma denk gelen denge ile aynıdır. Doğru mu? Bu geriye dönük çıkarım dengesidir ve diğer ikisi farklıdır. ((Aşağı, yukarı), sağ) ve ((aşağı, aşağı), sağ) ikisi de buraya götürüp oyunu hemen sona erdirir, yani bu iki denge de geriye dönük çıkarımı bozar. Bu yüzden hadi geriye dönük çıkarımın üzerine bir çizgi çekelim: bunlar geriye dönük çıkarımı sağlamazlar.

Bunların neden denge olduğunu sorabilirsiniz. Daha önce böyle örnekler görmüştük, örneğin, piyasaya giriş oyununda. Geçen sefer bazı örneklere baktık. Bu oyunda bunların geriye dönük çıkarımı sağlamasalar bile denge olmalarının nedeni tam olarak diğer kişinin hata yapmasından endişe duymak üzerine yaptığımız sohbe tesadüf eder. Yani özellikle eğer Oyuncu 1 Oyuncu 2'nin sapı seçeceğini düşünürse – yani bu şu demek, eğer Oyuncu 2'nin hata yapacağını düşünürse – o zaman Oyuncu 1 ağaca tırmanmak istemez çünkü buraya aşağıya çekileceğini bilir ve bunun yerine güvenli olan opsiyonu seçer ve 2 alır. Yani Oyuncu 1'in bakış açısından, eğer Oyuncu 2 sağı seçmiş olacaksa, o zaman Oyuncu 1 için güvenli olanı yaparak oyundan çıkmak en iyi tepkidir. Ve Oyuncu 2'nin bakış açısından, eğer Oyuncu 1 oyundan çıkıyorsa Oyuncu 2'in ne yapacağını söylemesi bir fark yaratmaz, çünkü zaten sıra ona gelmiyor ve bu yüzden bu ikisi de dengedir.

Tamam, sırada yapacağımız şey şu, bunu bir ağaca geçirdik. Stratejileri yazdık. Aslında bu Nash dengelerinden hangisinin alt-oyun mükemmel olduğunu görmek istiyoruz. Burada kendime biraz daha yer açayım çünkü bunun hala görülebilir olmasını istiyorum. Yani bundan kurtulalım ve bunu yukarı itelim. Bir sonraki soru şu bu Nash dengelerinden hangisi alt-oyun mükemmeldir? Bunu yapmak için alt-oyunları belirleyerek başlamalıyız. Ve tabii ki, bu tahtayı henüz yukarı itmişken, tekrar aşağı indirmem gerekir. Tamam, peki, buradaki alt-oyunlar nelerdir? En basit alt-oyun bu sondaki Oyuncu 1'in hamle yaptığı alt-oyundur. Bu çok belirgin bir alt-oyun, değil mi? Bu oyun içinde küçük bir oyun, bu çok abes bir oyun çünkü tek kişilik bir oyun, ama yine de bir oyun.

Hadi ilk olarak bunu inceleyelim, bu son alt-oyundur. Yani buradaki alt-oyun biraz saçma bir alt oyun. Şuna benziyor. Oyuncu 1 hamle yapan tek kişidir ve ya yukarı ya da aşağı seçer ve getiriler (4, 3) ve (3, 1) dir: ve doğrusunu söylemek gerekirse bu noktada Oyuncu 2'nin getirileri umurumuzda değil çünkü bu alt-oyunda sadece Oyuncu 1 oynuyor. Ama yine de bunları buraya yazalım. Ve eğer bunu matris olarak yazarsak – işte matris olarak böyle. Oyuncu 1 tek hamle yapan olduğundan sadece yukarı veya aşağı seçer ve getiriler (4, 3) ve (3, 1) olur ve tabii ki Oyuncu 2 hamle yapmaz yani burada Oyuncu 2 geçersizdir. Ve açık olarak belli ki bu oyundaki tek Nash dengesi Oyuncu 1'in yukarıyı seçmesidir. Oyuncu 2, ne seçtiği önemli değildir, bunun için yapabilecekleri bir şey yoktur zaten, ama Oyuncu 1 için yukarıyı seçmek

bir Nash dengesidir. Yani bu saçma alt-oyunda Nash dengesi Oyuncu 1'in yukarıyı seçmesidir. Doğru mu?

Hadi bu alt-oyunda bizim üç aday Nash dengemizin nasıl bir oyun ortaya çıkardığına bakalım. Aday Nash dengelerimizden her birinde – işte buradalar, bunda, bunda ve bunda – Oyuncu 1'in bu alt oyunda nasıl oynaması gerektiğine dair bir talimat var. Ve burada biraz durayım. Bu üç dengede alt-oyunda Oyuncu 1'in nasıl oynayacağına dair talimat bulunmasının nedeni bizim strateji tanımımızdandır. Her strateji oyuncuya kendilerine ait her bilgi kümesinde nasıl hamle yapacaklarını söyler. Yani eğer strateji bilgi kümesinin erişilemeyeceği bir şekilde olsa bile, strateji size hala oraya gelerseniz ne yapacağınızı söylemelidir. Ve şimdi belki de ilk defa bu gereksiz fazlalığın neden işimize yaradığını göreceğiz. Hadi talimatlara bir bakalım. Her birisi bir talimat veriyor. Birincisi bize bu alt-oyunda yukarı oynamamızı söylüyor. İkincisi yine yukarı diyor ve fark ederseniz bu gereksizdir. Bir kez aşağıyı seçmişseniz bu üçüncü nodda veya sizin ikinci nodunuzda bir daha seçim yapamayacağınızı bilirsiniz, ama yine de talimat burada ve yukarı diyor. Üçüncüsü aşağı diyor.

Yani bu üç dengenin bu küçük alt-oyundaki talimatları böyledir. Bu üç denge tarafından bu alt-oyundaki oynama şekli böyle tanımlanır. İkisi yukarı diyor ve bunlar bu alt-oyunda Nash dengesine zorluyorlar, ama üçüncüsü bunu yapmıyor. Üçüncüsü aşağı diyor ve buna izin yok. Alt-oyun mükemmel dengesinde buna izin yoktur çünkü alt-oyun mükemmel dengesi her alt-oyunda Nash tavsiye etmelidir ve burada üçüncü denge Oyuncu 1'e aşağıyı seçmesini söyler ki bu alt-oyunda bir Nash dengesi değildir. Peki, burada ne yapıyoruz? Bunu açıklığa kavuşturalım. Burada alt-oyun mükemmel dengelerini buluyoruz. Ve yapmış olduğumuz şu: 3 numara elendi çünkü Nash dengesi olmayan bir oynama şekline yol açtı bu alt-oyunda, bu alt-oyunda Nash dengesi olmayan bir şeye.

Şimdi gerçekten bazı şeyleri birleştirmeye başladık: bu sonucu çıkarabilmek için, strateji 3'ün gereksiz bir talimat içerdiği gerçeğini kullandık, bu aşağıda hiçbir zaman erişilmeyen bir noddaki talimatı. Ama bu bizi ondan kurtarmaya yaradı. Yani bu gitti: 3 gitti. Hadi devam edelim. Bu tahtada yer kalmayacak. Siler bunu notlarınıza geçirdiniz mi? Bir saniye sonra geri getireceğim, neredeyse, buna bir saniye vereyim. Şimdi yapmak istediğim şey öbür alt-oyuna bakmak. Belki de şunu yapabilirim eğer bu yorumu kaldırırsam, tahtanın sağ tarafında çalışabilirim, bu da sizin buna bakabilmenizi sağlar. Bu yorumun tek söylediği 3'ün elimine edildiğiydi. Şimdi tahtanın sağ tarafında çalışayım, böylece bu da daha uzun süre durur.

Tamam, hadi şimdi bir sonraki alt-oyuna bakalım ve yine sondan çalışacağız. Bir sonraki son alt-oyun şu noddan başlayan alt-oyun, bu noddan başlayan alt-oyun. Bunu farklı bir renk ile belirtelim. Mavi kullanmıştım bu yüzden pembe kullanayım. Şimdi bu alt-oyuna bakacağız, bu büyük pembe alt-oyuna ve yine bu pembe oyunda oyun şöyle görünüyor. Oyuncu 2'nin sol ve sağ seçimiyle başlıyor ve sonra Oyuncu 1 yukarı veya aşağı seçmeli ve getiriler şöyle (1, 2), (4, 3) ve (3, 1). Bir kez daha bu alt-

oyunun matris formuna bakalım ve bu son seferkinden daha az saçma çünkü şimdi gerçekten oynayan iki oyuncu var. Buna denk gelen matris şudur.

Oyuncu 1 yukarı veya aşağı seçiyor ve Oyuncu 2 sol veya sağ arasından seçiyor. Ve bu biraz, birazcık hile yapmak çünkü esasında Oyuncu 1'e sıra geldiğinde tabii ki Oyuncu 2'nin ne yapmış olduğunu bilecek, ama boş verin şimdilik böyle kabul edelim. Hadi getirileri koyalım. (Yukarı, sol) (4, 3) tür ve (aşağı, sol) (3, 1) dir ve (yukarı, sağ) (1, 2) dir ve bu da (1, 2) olmalıdır. Herkes bundan memnun mu? Sadece getirileri yazdım. Ve yine buradaki saf strateji Nash dengelerine bakalım. Aslında karma olanlar da var, ama şimdilik sadece saf olanlarla ilgilenelim. Peki, bu alt-oyundaki saf strateji Nash dengeleri nelerdir?

Bir bakalım. Eğer 2 sol seçerse, 1 yukarı seçmek ister. Eğer 2 sağ seçerse 1'in ne seçeceği esasen fark etmez çünkü zaten hamle sırası ona gelmez. Tam tersi, eğer 1 yukarı seçerse o zaman 2 solu seçmek ister. Bu 1'in hata yapmamasına bir örnektir, yani 2 oyunda kalmak ister. Ama eğer 1 aşağıyı seçmek isterse o zaman Oyuncu 2 oyundan çıkmak ister, yani Oyuncu 2 1'in hata yapacağını düşünür ve oyundan çıkmak ister. Çok hızlı bir şekilde burada iki denge olduğunu görebiliriz. Bir tanesi (yukarı, sol) ve diğeri (aşağı, sağ). Bu şu aşağı doğru oynamaya tekabül eder, bu (aşağı, sağ) dır ve (yukarı, sol) bu yukarı yönde oynamaktır.

Bir kez daha ana oyundaki 3 dengeye bakalım. Ana oyundaki 3 dengemiz burada ve bakalım bu küçük alt-oyunda nasıl bir oynama şekline yol açtılar. Yani önceden yaptığımızın aynısını yapacağız. Yani 1, 2 ve 3: bunlar yukarıdan gelen dengeler. Ve denge 1, ((yukarı, yukarı, sol) bu oyunda (yukarı, sol) emrediyor. Doğru mu? Denge 2, ((aşağı, yukarı), sağ) burada (yukarı, sağ) emrediyor. Ve denge 3, ((aşağı, aşağı), sağ) burada (aşağı, sağ) emrediyor. Yani bunlardan hangisi alt-oyunda Nash dengesini emrediyor?

(Yukarı, sol) bir dengedir. Buradakidir. (Yukarı, sol) bir dengedir yani bu tamam. Ve (aşağı, sağ) bir dengeydi, yani 3 bu alt-oyunda tamamdır. Ama (yukarı, sağ) bir Nash dengesi değildir. Yani bu alt-oyunda 2 numaralı Nash dengesi, ((aşağı, yukarı), sağ) dengesi alt-oyunda Nash dengesi olmayan bir oyun şekli emrediyor: yani bu elenir. Bu bir alt-oyun mükemmel dengesi olamaz. Yani burada 2 elendi çünkü bu alt-oyunda Nash dengesi olmayan bir oyun şekline zorladı. Şimdi işimiz bitti, olayın tamamını biliyoruz.

Burada yaptığımız şey şuydu, oyunun tamamından başladık, 3 tane Nash dengesi olduğunu bulduk, bunlardan sadece bir tanesinin geriye dönük çıkarımla mutabık kaldığını bulduk. Sonra alt-oyunlara baktık. İlk olarak mavi alt-oyuna baktık ve dengelerden birinin, 3 numaralı dengenin elendiğini bulduk. 3 numaralı denge bu alt-oyunda Nash dengesi davranışı emretmiyor. Sonra biraz daha karmaşık olan alt-oyuna, pembe alt-oyuna baktık ve bulduk ki 2 numaralı denge (yukarı, sağ) davranışını emrediyor ki bu, bu alt-oyunda Nash değil. Bu aşamada 3 dengenin ikisini

elemiş olduk ve geriye bir tane kaldı. Ve elimizde kalan, tek alt-oyun mükemmel denge, alt-oyunlarda kötü davranış emrederek elenmeyen tek denge, tek AMD 1 numaralı dengedir: yani ((yukarı, yukarı), sol) dur.

Ne fark ediyoruz? Bunun denge olduğunu fark ediyoruz, bu geriye dönük çıkarımın seçeceği oyundur. Yani bunun geriye dönük çıkarım öngörüsü olduğunu fark edin. Peki, buradaki dersler nelerdir? Dersler şunlardır bizim yeni fikrimiz, alt-oyun mükemmel dengesini bulmak çok kolaydır. Sadece alt-oyunlara bakarsınız ve her bir alt-oyundaki oynayıp biçiminin Nash oyunu olduğunu kontrol edersiniz. Eğer arkadan başlarsanız, bunu geriye doğru yuvarlayarak oluşturursunuz, tıpkı geri dönük çıkarımda yaptığımız gibi. Son alt-oyundan başla ve geriye doğru çalış. İkinci şey şu – bu açıklama yapılmışken sürpriz olmayacak şekilde – sürpriz olmayacak şekilde, geriye dönük çıkarımın geçerli olduğu yerde, örneğin bu oyunda, alt-oyun mükemmel dengesi geriye dönük çıkarımla tutarlı olan dengeyi bulacaktır.

Hatırlarsanız geçen hafta bizim amacımız buydu. Bu geriye dönük çıkarımla tutarlı olmayan Nash dengelerini atmak için Nash dengesini rafine eden/arıtan/düzelten bir yol istemiştik. Yani alt-oyun mükemmel dengesi bunu yapmış oldu. Bu bize şunu söylüyor eğer geri dönük çıkarım geçerliyse, odaklanmanız gereken Nash dengeleri alt-oyun mükemmel dengeleridir. Gerçekten de sınıftaki çoğu kimse daha şimdi bunu oynadı. Tamam, bu örnekle ilgili söylemek istediğim şey gerçekte buydu, ama geçerken bir açıklama yapayım. Bu açıklamayı ortasında yapmıştım, yani tekrar edeyim.

Stratejileri yazarken bu stratejiler bize gereksiz fazla hamleleri anlatırlar. Ama bu gereksiz fazla hamleleri yazmak faydalıdır çünkü bu bizim daha sonraki nodlarda insanların sizin ne yapacağınız düşündüklerini modellememize izin verir. Ve bazen ağacın o dalından aşağı gitmemeye karar vermeden önce bu sonraki nodda benim ne yapacağımı düşündüğünüzü düşünmek zorundayımdır. Yani bir stratejide her şeyi yazabilmek her şeyin önümüzde olmasını sağlar ve analizi kolaylaştırır ve bu da tam olarak burada yaptığımız şeydir.

Yani bu oldukça sıkıcı bir örnekti çünkü özellikle hiçbir çeşit bilgi kümesi kullanmadık. Bu sefer bazı bilgi kümeleri kullanan bir örneğe bakalım. Yani, yeni örnek. Bunu silmeme izin verin. Bir kez daha, bu örneği oynamak istiyorum. Ama gerçekten yapmak istediğim şey – bu oyuna çöpçatan oyunu diyeceğiz – ve benim gerçekten bulmak istediğim şey şu: randevuya göndermeye çalıştığımız çiftimiz hala bizimle mi? Yaklaşık üçüncü haftada randevuya göndermeye çalıştığımız talihsiz çiftimiz. Arkadaşlar hala burada mısınız? İşte adam burada, sizin isminiz neydi?

Öğrenci: David.

Profesör Ben Polak: David ve diğeri neydi – o saklanıyor mu? İşte burada teşekkürler. Sizin isminiz?

Öğrenci: Nina.

Profesör Ben Polak: Nina ve David. Aslında Nina ve David'e birer mikrofon ulaştırabilir miyiz? Ben yapayım. Bunu yaparken konuşmaya devam edeceğim--. David nerede ve Ali sen Nina'ya bir mikrofon götürebilir misin? Bu harika olur teşekkürler. Pekâlâ, haftalardır bu çifti randevuya yollamaya çalışıyoruz. Bizim çabamız ekonomi öğrencilerinin normal insanlar olmasını sağlamak. Bu çok zor bir iş ve bunlar bir nevi talihsiz bir çift çünkü önce onları sinemaya gönderdik ve sonunda farklı filmlere gittiler ve sonra New England'da romantik bir hafta sonuna gönderdik ve sonunda farklı şeyler yaptılar, birisi tiyatroya gitti ve diğeri elma toplamaya gitti, hangisi nereye gitti unuttum. Ve bu noktada, ben oldukça kötü bir çöpçatan olduğumu anladım bu yüzden şunu yapacağım. Oyuna bir üçüncü oyuncuyu çöpçatan olarak ekleyeceğim.

İlk olarak oyunun ne olduğunu yazacağım. Bu noktada oyun şu – oyun şöyle görünecek. Oyuncu 1 çöpçatan olacak, isterseniz ona Oyuncu Ç diyebiliriz ve bir seçeneği, bir seçimi var. Çifti randevuya yollamayabilir veya çifti randevuya yollayabilir. Ama benden daha iyi bir çöpçatan olarak eğer onları randevuya yollarsa ortaya bir para koyar, randevunun parasını o öder. Ve randevuda bir kez daha buluşmaya çalışırlar ve bir kez daha, maalesef, nerede buluşacaklarını bulamadılar. Biraz sonra getirileri koyacağız ve stratejilerin neler olduğunu size söyleyeceğiz.

Burada varsayacağım şu asistanımız Jake'i bizim çöpçatanımız yapacağım. Ve Jake'i seçmemin nedeni şu sanırım sınıftaki benim kafamda Yahudi bir ananeye en çok benzeyen o. Şunu demek istiyorum: o Yahudi de değil – ben onun Yahudi olduğunu sanmıyorum ve benim annem de değil, ama o ben sınıfta bayılırsam diye içecek bir şeyler getirmekten sorumlu asistan. Yani düşünebildiğim en yakın o. Yani Jake bizim Yahudi annemiz olacak ve Jake bu arkadaşları randevuya ya yollayacak veya yollamayacak. Ve Jake bunda benden daha akıllı: aslında çöpçatanlıkta çok iyi. Ve yapacağı şey şu, onları öyle bir yere gönderecek ki onlar gerçekten – Yale öğrencilerini benden daha iyi tanıyor – ve onları gerçekten buluşabilecekleri bir yere gönderecek.

Yani onları gelecek yıl aynı derse yollayacak ve bu kocaman sınıfta koridorda oturacaklarından karşılaşmaları kaçınılmaz olacak. Hepiniz bir ara diğerlerinin yanında oturdunuz. Yani bu iyi bir fikir gibi görünüyor. Onları göndermeyi düşündüğü dersler – büyük bir seminer dersine gidin diyor. Yani ya Gaddis'in dersi Soğuk Savaş'a gidecekler veya Spence'in Çin seminerine gidecekler. Herkes bu seminerleri biraz da biliyor mu? Bunlar biriyle randevulaşmak – karşılaşmak için mantıklı dersler. Şunu demek istiyorum Soğuk Savaş eğlenceli bir ders olabilir, yani umarım ilişkinin geleceği için bir öngörü değildir ama Soğuk Savaş iyi görünüyor. Ve Çin, her yönüyle, fantastik bir ders. O seminerde yaklaşık 20 milyon kişi var, çoğu derste beraber diler, yani oldukça büyük bir sınıf.

Hadi bunu yapalım. Maalesef Jake benim yaptığım hatanın aynısını yapıyor, onlara hangi derse gitmeleri gerektiğini söylemeyecek. Yani onlar Gaddis veya Spence seçecekler ve bir kez daha koordinasyon yapıyorlar. Onlara Oyuncu 2 ve Oyuncu 3 diyeceğiz. Yani burada koordine olmaya çalışıyorlar ve getiriler şöyle. İlk olarak Jake'in getirilerini yazalım. Eğer koordine olmayı başarırlarsa, en başta, eğer Jake onları yollamazsa, herkes sıfır alır. Ve eğer Jake onları gönderirse ve koordine olurlarsa Jake 1 alır çünkü bundan çok mutlu olur. Ne de olsa insanların çöpçatanlık yapmak için bir motivasyonları olmalıdır. Yani eğer bu aşağıda koordine olurlarsa Jake de 1 alır, ama eğer koordine olmayı başaramazlarsa Jake kendini berbat hisseder, özellikle bu derse gitmeleri için para ödemiş olduğundan – Yale'de bir dersin maliyeti her neyse – aslında muhtemelen bayağı fazladır. Yani tamam biz buna 1 diyeceğiz ve öbür türlü getiriler bu oyuna derste daha önce baktığımız zamankiyle tam olarak aynıdır. Getiriler şöyle olur (2, 1) burada ve (0, 0) eğer koordinasyonu başaramazlarsa ve burada (0, 0) eğer koordinasyonu başaramazlarsa ve burada (1, 2), (1, 2).

Bunun ima ettiği şey şu, Oyuncu 2'nin David olduğunu farz edeceğiz, yani David Nina ile buluşmak ister ama diğer her şey sabitken, onunla Soğuk Savaş'ta buluşmak ister. Ve Nina David'le buluşmak ister, ama diğer her şey sabitken Çin'de buluşmayı tercih eder. Kelime anlamıyla Çin'de değil ama seminerinde. Oyunumuz bu ve bu oyunu inceleyeceğiz, ama bunu incelemeden önce oynamayı deneyelim. Öncelikle ihtiyacımız olan şey işlerin düzgün yürümesini sağlamaktır. David hangi derse seçeceğini yazsın ve Nina hangi derse seçeceğini yazsın. Nina'yı kaybettim. Birilerinin göstermesi lazım – işte orada. Hangi derse seçeceğini yaz. Bir şeyler yazıldı mı? Jake senin mikrofonun orada, peki Jake bu talihsiz çifti yollayacak mısın yollamayacak mısın?

Öğrenci: Dave aslında benim şubemde ve Nina hakkında ne kadar çok konuştuğunu duyuyorum, yani şans çemberini çevireceğim ve yollayacağım.

Profesör Ben Polak: Onları yollayacak, güzel, yani onları bir derse yolluyoruz ve şimdi bakalım ne yazmışlar. Dave sen ne yazmıştın?

Öğrenci: Ben boyun eğiyorum ve Çin'e gidiyorum.

Profesör Ben Polak: Sen Çin'e gideceksin ve Nina?

Öğrenci: Ben S [Spence'in S'si] seçtim.

Profesör Ben Polak: Harika, buluşmayı başardılar yani, bu başarılı bir randevuydu. Hadi onları alkışlayalım. Ben çok iyi bir ders olduğunu duydum. Ve aslında, bunun sonsuza dek süreceğini sanmıyorum, çünkü sanırım emekliliği yaklaşıyor. Yani bu oldukça iyi bir seçim gibi görünüyor. Güzel: bu iyi işledi.

Hadi Şimdi buna bakalım. Hadi bu oyunu analiz edelim ve bu oyunla ne yapabileceğimize bir bakalım. Peki, bu oyunu nasıl analiz edeceğiz? Yani alt-oyun mükemmel dengesini kullanacağımız sürpriz değil, mikrofonları sonra toplarım ben, endişe etmeyin. Yani alt-oyun mükemmel dengesi fikrini kullanacağız. Peki, alt-oyun mükemmel dengesini hesaplamak için ne yapacağımızı nasıl bulacağız? Önceden kullanmıŐ olduğumuz aynı temel fikri kullanacağız – geriye dönük çıkarımda sürekli yapmakta olduğumuz Şeyi. Az önce baktığımız oyundakiyle aynı fikir. Yapacağımız Şu, son karar nodundan baŐlamak ve geriye doğru çalıŐmak yerine (artık bunu yapamayız), bunu yapmak yerine son alt-oyundan baŐlayıp geriye doğru çalışacağız. Bu örnekte alt-oyunun ne olduğu çok açık. Son alt-oyun, oyun içinde oyun – gerçekte sadece 1 tane – oyun içindeki oyun buradaki obje, doğru mu? Oyun içinde oyun budur.

Şimdi bu aşamada ben başka bir Şey yapabiliirdim. Tüm oyunun matrisinin tamamını yazabilir ve Jake'in matrisi ve David ile Nina'nın satır ve kolonu seçmesini sağlayabiliirdim, ama bu bizi uzağa götürür. Demek istediğim bunu yapabiliirdik ama bununla kendimizi yormayalım. Hadi bunu geriye doğru yapmaya başlayalım. İŞleri geri doğru yaparken son alt-oyundan baŐlayacađız ve bu alt-oyun bizim eski bir arkadaşımız, tam olarak böyle görünüyor. Hadi bunu yazalım.

Burada Oyuncu 2 ve Oyuncu 3 var. Ve Oyuncu 2 Gaddis ve Spence arasında seçim yapıyor. Ve 3 Gaddis ve Spence arasında seçim yapıyor. Ve onların getirileri Şöyle – burada bir boşluk bırakayım – bunlar (2, 1), (1, 2), (0, 0), (0, 0). Yani oyunla alakalı olan oyuncuların getirileri bunlar, ama hazır buradayken neden Jake'in getirilerini de yazmayalım. Jake'in getirileri, burada 1, burada, 1 ve burada -1 ve burada -1. Yani burayla alakalı olan oyuncular sadece Oyuncu 2 ve Oyuncu 3, ama Oyuncu 1'in getirilerini de koydum çünkü: neden olmasın, neden onu da takip etmeyelim. Herkes bunun Şuradaki küçük oyunu betimlediğinden mutlu mu?

Her türlü amaç ve niyet için buradaki getiriye unutulabiliriz ama işte burada. Bu Şimdiye kadar birçok kere gördüğümüz bir oyun. Bu cinsiyetler savaŐı veya Dave ve Nina savaŐı ve bu oyunda dengelerin neler olduğunu zaten biliyoruz. Buradaki dengeler, sadece en iyi tepkilerin altını çizeyim. Eğer Nina Gaddis'i seçerse o zaman Dave Gaddis'i seçer. Eğer Nina Spence'i seçerse o zaman Dave de Spence'i seçmek ister ve tam tersi. Gerçekten oyunla alakalı olan oyuncuların en iyi tepkilerinin altını çizdim ve Jake için herhangi bir Şeyin altını çizmeye gerek duymadım çünkü Jake bu oyunda bir oyuncu değil. Bu mantıklı mı? Yani esasen buradaki saf strateji Nash dengeleri (Gaddis, Gaddis) ve (Spence, Spence). Bu oldukça kolaydı.

Jake'in bakış açısından, bu Nash dengelerinin her birisi ona nasıl bir getiri sağlıyor? O ne alıyor? Eğer (Gaddis, Gaddis) e giderlerse, buluŐtuklarına memnun oluyor ve 1 alıyor ve eğer (Spence, Spence) i seçerlerse buluŐtuklarına yine mutlu olur ve 1 alır. David ve Nina'nın Çin hakkında veya Soğuk Savaş hakkında bir Şeyler öğrenmesi Jake'in umurunda değil. O sadece onların buluŐmasını istiyor. Yani bunların ikisi de

Jake'e 1 veriyor. İkisi de Oyuncu 1'e, yani Jake'e 1 değer sağlıyor. Yani Jake'in bakış açısına göre, bir safha geriye gidersek – şimdi yapacağımız şey şu, aynı geriye dönük çıkarımda yaptığımız gibi oyunu geriye doğru götüreceğiz. Bu alt-oyunu analiz ederek başladık ve şimdi bir aşama geriye gideceğiz, aynı geriye dönük çıkarımda yaptığımız gibi.

Geriye gittiğimizde burada Jake hamle yapıyor, eğer Jake onları yollamamayı seçerse o zaman (0, 0, 0) elde ederiz ama buradaki anahtar kısım ilk sıfırdır, bu Jake'in getirisi. Ve eğer Jake onları yollarsa, o zaman Jake'in getirisi şudur Jake için değeri – ben Jake yazacağım ama Oyuncu 1 için değeri – bu alt-oyundaki Nash dengelerinin Jake için değeri. Yazmak için büyük bir şey değil, ama Jake'in aldığı budur. Ve diğerleri de aynen: diğerleri de bunu alır. Bu durumda, bu uzun şeyi yazmaktansa, bu sadece 1'e eşittir. Doğru mu? Yani eğer Jake onları yollarsa bu alt-oyunda bir Nash dengesi oynayacaklarını bilir veya bu alt-oyunda onların bir Nash dengesi oynayacaklarına inanır. Ve bu alt-oyundaki iki Nash dengesinde her birinin Jake'e getirisi 1'dir.

Yani gerçekte, bunlardan birisi 1'dir, bir tanesi (1, 1, 2) getirilerini verir ve öbürü (1, 2, 1) getirilerini verir. Ama buradaki tek hamle yapan Jake olduğundan, sadece Jake'e odaklanalım. Yani Jake'in bakış açısından aslında 0 ve 1 arasından seçim yapar, yani o yollamayı seçecektir. Bu nedenle alt-oyun mükemmel dengesi – burada aslında iki tane var – bir tanesi (yolla, Spence, Spence) ve gerçekten olan buydu. Ama bir başkası daha var o da (yolla, Gaddis, Gaddis), bu da bir saf strateji alt-oyun mükemmel dengesidir. Yani her iki durumda, yaptığımız, kendimize hatırlatmak için, ilk olarak aşağıdaki alt-oyundaki dengeyi çözdük, bu mavi alt-oyundaki dengeyi. Bu dengenin herkes için değerinin ne olduğunu bulduk – özellikle Jake için ama herkes için – ve sonra o getiriyi geriye taşıdık ve Jake'in seçimine baktık.

Bu belirli durumda bu oyunun iki dengesi var (yolla, Spence, Spence) ve (yolla, Gaddis, Gaddis). Ancak, bazılarınız bu noktada bir başka alt-oyun mükemmel dengelinin daha olduğundan kuşkuluyorlardır. Bunu nasıl biliyoruz? Hadi bu oyunu düşünelim. Tüm dönem boyunca bu çifti randevuya göndermeye çalıştık. Tüm dönem boyunca randevuya çıkmadılar. Onları utandırıyorum, ama tüm dönem boyunca flört etmediler. Yani koordine olamayacaklarına dair bir ihtimal var. Şunu söyleyen çok tuhaf bir denge nosyonu olurdu, her zaman koordine olmayı başarırlar ve Jake onları her zaman yollamak ister. Doğru mu?

Yani hadi buradaki diğer dengelere bakalım. Şimdi bu alt oyunda başka bir denge olmasının nedeni – pardon, tüm oyunda bir başka denge daha olmasının nedeni – tüm oyunda başka bir alt-oyun mükemmel dengesi olmasının nedeni bu alt-oyunda başka bir Nash dengesi bulunmasıdır. Bu alt-oyundaki diğer Nash dengesi nedir? Karma yapabilirler. Yani bu alt-oyunda öyle oluyor ki (işte burada) bir üçüncü karma denge var. Bir karma strateji Nash dengesi var. Şimdi bunu nasıl bulacağımızı biliyoruz. Bir P yazabiliriz ve bir Q yazabiliriz ve kayıtsızlık koşullarına bakabiliriz ve

çözebiliriz. Ama bu bir alt-oyun, pardon bu bir oyun, bu alt-oyun şimdiye kadar daha önce oldukça fazla gördüğümüz bir oyuna denk geliyor ve sanırım bu dengenin ne olduğunu muhtemelen hatırlıyoruz. Doğru mu? Ben hatırlıyorum en azından, bakalım siz de hatırlıyor musunuz? Bunu yazacağım ve bakalım siz telaşlı görünecek misiniz?

Dengenin şu olduğunu ileri sürüyorum, diğer dengede David ($2/3$, $1/3$) olasılıkla ve Nina ($1/3$, $2/3$) olasılıkla oynuyor. Yani bu alt-oyundaki diğer denge budur. Cinsiyetler Savaşında bunun denge olduğunu hatırladınız mı? Evet, bana kafa sallıyorlar, evet tamam. Yani bu çok mantıksız değil. Hepimiz bunu nasıl bulmuş olduğumuzu biliyoruz. Geri gidip P ve Q'yu yerine koyabilirdik, ama bu çok mantıksız değil, buna göre David diğer her şey sabitken tercih ettiği seminer dersine daha sık gidiyor ve buna göre Nina diğer her şey sabitken tercih ettiği seminer dersine daha sık gidiyor. Ve bunu birbirlerini kayıtsız bırakacak şekilde yapıyorlar.

Şimdi, bu alt-oyun Jake için farklı bir değer ortaya koyuyor. Diyelim ki Jake şöyle düşünüyor: “David ve Nina'nın alt-oyunlarında bir Nash dengesi oynayacaklarına güveniyorum ama hangisi olduğunu bilmiyorum ve belki de bunu oynayabileceklerini düşünüyorum.” Yani diyelim ki Jake bunun Dave ve Nina'nın oynayacağı denge olduğunu düşünüyor. Peki ya şimdi Jake onları yollamalı mı yoksa yollamamalı mı? Hadi bulalım. Şimdi, eğer onları yollarsa, eğer Jake Dave ve Nina'yı yollarsa veya daha isimsiz olarak Oyuncu 1 Oyuncu 2 ve 3'ü yollarsa, o zaman buluşmalarının olasılığı nedir? Bu basit bir matematik egzersizidir, hadi tekrar oyuna bakalım.

Dave $2/3$, $1/3$ oynuyor, doğru mu? Nina $2/3$, $1/3$ oynuyor, doğru mu? Yani buluşma olasılıkları buradaki kutunun olasılığı, Gaddis'te buluşabilirler, artı bu kutunun olasılığı, Spence'de buluşabilirler, doğru mu? Yani bu kutunun olasılığı $1/3 \times 2/3$ yani bu kutunun olasılığı $2/9$ ve bu kutunun olasılığı $2/3 \times 1/3$ yani bu kutunun olasılığı da $2/9$. Yani buluşmalarının olasılığı $2/9 + 2/9$ bu da $4/9$ eder. Herkes içim tamam mı? Yani eğer Jake Dave ve Nina'yı yollarsa ve onlar karma strateji dengesini oynarlarsa, o zaman $2/9 + 2/9$ olasılıkla buluşurlar, $2/9$ ile Gaddis'te ve $2/9$ ile Spence'te toplamda $4/9$ eder, bu da şu anlama gelir buluşamama olasılıkları—eğer $4/9$ ile buluşabiliyorlarsa buluşamama olasılıkları nedir? $5/9$, teşekkürler. Yani $5/9$ ile buluşmayı başaramazlar.

Yani Jake'in onları yollamaktan beklenen getirisi, bu dengenin Jake için değeri nedir? Bu Nash dengesinin Jake için değeri, eğer onları yolarsa $4/9 \times 1 + 5/9 \times -1$ bu da toplamda $-1/9$ eder. Herkes hemfikir mi? Yani eğer Jake onları yollarsa ve $5/9$ ile buluşamazlar ve her seferinde Jake -1 alır. Zamanın $4/9$ 'unda buluşmayı başarırlar böyle olduğunda $+1$ alır, yani beklenen getiriş, David ve Nina'yı randevuya yollamaktan beklenen getirisi $-1/9$ olur. Yani Jake'in bakış açısından, bu oyunun görüldüğü şekil, eğer bu Nash dengesinin oynandığına inanıyorsa şöyledir: eğer yollamazsa 0 alır ve eğer yollarsa bu Nash dengesinin değerini alır ki bu durumda bu $-1/9$ 'dur. Yani yollamaz ve buradaki AMD şu olur (yollama, “karma”, “karma”) buradaki karma şudur.

Yani burada üçüncü bir denge daha var ki bu dengede çöpçatanımız talihsiz çiftimize çok talihsizsiniz diyor: onlar karma strateji dengesini oynayacaklar bu durumda benim onları randevuya yollamama değmez. Sizler şanslıydınız Jake diğer dengeyi seçti. Sizin diğer dengeyi oynadığınızı hesap etti ki öyle de yaptınız. Yani buradaki oyunda 3 tane alt-oyun mükemmel dengesi vardır, alt-oyundaki her bir Nash dengesi için bir tane olduğu ortaya çıktı. Bir tanesinde Jake onları yolladı ve onlar bu oyundaki saf strateji dengesi (S, S) ye koordine oldular. Bir tanesinde Jake onları yolladı ve bu alt-oyundaki (G, G= saf strateji dengesine koordine oldular. Ve bir tanesinde de Jake onları yollamadı ama eğer gerçekten yollamış olsaydı ikisi de karma yapacaktı ve bu yüzden birçok kez koordine olamayacaklardı.

Şimdi buradaki büyük ders nedir? Bu sabah gördüğümüz ilk oyunun büyük dersi şuydu alt-oyun mükemmel dengesi geriye dönük çıkarımı belirtir. Bu oyunun büyük dersi – David ve Nina'yı randevuya göndermeye daha da yaklaşmamızın dışında – bu oyunun büyük dersi şunu göstermektir alt-oyun mükemmel dengelerini bulmak için soğukkanlılığınızı muhafaza etmek ve her bir alt-oyundaki Nash dengelerini bulmak, getirileri geri taşımak ve sonra ağacın yukarısındaki davranışlara bakmak. Bir kez daha, her bir alt-oyunda Nash dengelerini ararsınız, getirileri yukarı taşırsınız ve sonra ağacın yukarısında optimal davranışlar nelerdir onları bulursunuz.

Bir örnek daha yapmaya zamanımız var ve yapmak istediğim üçüncü örnek daha da ziyade bir uygulama. Şimdiye kadar oldukça basit örnekleri görmüştük. Şimdi bir uygulama eklemek istiyorum. Yapmak istediğim uygulama bir nevi klasik işletmecilik okulu vakası eğer isterseniz veya stratejik yatırım içeren bir mini vaka. Oyun şöyledir veya koşullar şöyle. İki firma var, biz bunlara A ve B diyeceğiz. Ve bu iki firma, başlangıçta, daha ne konuşacağımız düşünmeden önce, başlangıçta Cournot rekabeti oynuyorlar. Yani iki firma var ve Cournot rekabetindedir. Ve onların gübre üreticisi olduğunu hayal edebiliriz.

Ve hadi burada spesifik olalım, bu piyasadaki fiyatların şu talep eğrisiyle verildiğini varsayalım $2 - 1/3 \times [q_A + q_B]$, yani karşı karşıya oldukları talep eğrisi böyle.

Maliyetlerin, marjinal maliyetlerin, c eşittir ton başına \$1 olduğunu varsayacağız. Yani bu ton başına dolar fiyatı ve maliyetler ton başına \$1. Bir dakika içinde yapacak olduğumuz şey şu, bu oyunda bir değişiklik ele alacağız, ama bunu yapmadan önce bu oyundaki Cournot dengesinin nasıl görüldüğünü kendimize hatırlatalım. Hadi biraz tekrar yapalım. Cournot'yu gördüğümüzden beri çok zaman geçti, bu yüzden bir hatırlayalım.

Ben miktarın, Cournot miktarının Q^* olarak şu formülü olduğunu öne sürüyorum $[a-c]/3b$. Bu doğru mu? Eğer notlarınızda geri giderseniz bunu bulursunuz. Burada bunu tekrar çözmeyeceğim. Bunu pek çok kez yapmıştık. Yani bana güvenin $[a-c]/3b$ ara sınav öncesi hesaplamalarımızdan çıkan şeydi. Yapmak istediğim şu, burada bunu rakama dönüştürebileceğimizden emin olmak istiyorum. Bunu harfle yazdığımız için üzgünüm ama hadi bunları rakamlara çevirelim. Yani özellikle buradaki "a" aslında

2'dir doğru mu? Bu "c" şuradaki 1'dir ve bu "b" şuradaki $1/3$ 'tür, doğru mu? Hadi bunu yazalım. Yani bu durumda şöyle olur $[2-1]/[3 \times 1/3]$ yani bu 1 milyon ton demek. Yani buradaki miktar, Cournot miktarı her biri için 1 milyon tondur. Yani: her biri için 1. Bu dengede bu iki firmadan her biri 1 milyon ton gübre üretiyor.

Başka ne biliyoruz? Bundan dolayı fiyatların ne olduğunu da biliyoruz. Hadi henüz başlamadan bunu yapalım. Yani fiyatlar $[2 - 1/3]$ çarpı ilk firmanın ürettiği miktar artı ikinci firmanın ürettiği miktar. Yani bu $2 - 2/3$ bu da $4/3$ eder, eğer doğru yaptıysam veya 1 tam $1/3$. Yani burada fiyatlar ton başına \$1,33. Son olarak karlar. Buradaki her bir firma için kar, bu dengede, daha oyunu başlatmadan veya oyunun en ilginç kısmını başlatmadan, kar nedir? Yani ürettikleri her bir ton için \$1,33 alacaklar. Her tonu üretmenin maliyeti \$1 olacak ve onlar bu şeylerden bir milyon tane üretecekler. Yani onların karları $1/3$, eğer bunlar milyon ise, karları 1 milyon doların üçte biri olur. Bu onların dönem başı karı, her dönemde bunu kazanıyorlar, her yıl bunu yapıyorlar ve bu onların her dönemki karı.

Bu daha önce defalarca yaptığımız basit bir model. Bu Cournot ve şimdi onu daha ilginç hale getireceğiz. Eğer buradaki cebir biraz hızlı olduysa endişe etmeyin, evde kontrol edin, bu sadece temel, en temel cebir. Şimdi farz edin ki siz Firma A'nın yöneticisisiniz. Yani bu klasik bir işletmecilik okulu vakasıdır. Ben balkondaki işletmecilik okulu öğrencilerime bakıyorum. Siz Firma A yöneticisisiniz ve yeni bir makine kiralama teklifini kabul veya reddetmeye karar vereceksiniz. Bu makinenin 2 özelliği var.

Birincisi – aslında 3 özellik – ilk özellik şu bu sadece A için işe yarar. Yani bu makine size teklif edildi. Firma B'nin teknolojisine uymayacaktı, yani bu sadece A'ya teklif edildi. Bu makinenin ikinci özelliği ise kira maliyeti 0,7 milyon dolardır. Yani makineyi kiraladığınız her yıl 0,7 milyon dolar ödemek zorundasınız. Ama bu kötü haberi. İyi haberse şu bu A'nın maliyetini ton başına 0,5 dolara düşürecek. Yani klasik işletmecilik okulu durumu. Firma yöneticisi sizsiniz. Bir başka firma, B ile rekabet halindedir. Ve birden yeni bir teknoloji kiralama fırsatı geliyor. Bu makineyi kiralamak size yılda 0,7 dolara mal olacak, ama maliyetlerinizi ton başına 0,5 dolara düşürecek.

Yani bu önümüzdeki hafta Morgan Stanley mülakatında size sorulabilecek klasik bir şey. Kaçınız yatırım bankalarıyla mülakata giriyor? Hiç kimse bunu itiraf etmiyor. Birkaç yıl içinde, bu adamlarla mülakata girdiğinizde. Peki, belirgin olan soru nedir? Belirgin olan soru şudur, bu yeni teknolojiyi kiralayacak mısınız yoksa kiralamayacak mısınız? Kiralamalı mısınız yoksa kiralamamalı mısınız? Kiralamak ya da kiralamamak? İngilizce dersindeki bunun dengi sorudan daha az dramatik, ama yine de önemli. Maalesef bu tahta takıldı, yani biraz daha buraya yazmak zorundayım.

Yapmak istediğim şey şu, bunu 3 kere analiz etmek istiyorum ve her analizde, benim ne yaptığımı görmemizi istiyorum – ne gibi hatalar yaptığımı – çünkü Morgan Stanley

ile bunun gibi şeyler üzerine mülakat yaparken sizlerin onları etkilemenizi istiyorum, böylece daha çok kişiye Yale'e gelmelerini söylerler ve tercihen Yale'e bir sürü para verirler. Yani üç ayrı sefer buna bakacağız. Ve ilk yapacağımız şey şu, buna bakacağımız ilk yol buna sanki muhasebeciymişiz gibi bakmak. Bu soruya muhasebecilerin yanıtı ne olur ona bakacağız ve bazılarınız Morgan Stanley veya McKinsey ile mülakata gitmemeye karar verebilir ve Yale'den ayrılınca bir muhasebe firmasına mülakata gitmek isteyebilir. Allah korusun, ama böyle olabilir.

Hadi buna muhasebeciler nasıl yanıt verir bir bakalım. Sanırım muhasebeciler şunu yaparlardı. Şöyle söylerlerdi – ama bunu yapmadan önce hadi bir anket yapalım. Kaçınız kiralamanız gerektiğini düşünüyor? Bunun üzerinde düşünenecek zamanınız oldu şimdi. Peki, kaçınız yeni makineyi kiralamanız gerektiğini düşünüyor? Kaç kişi yeni makineyi kiralamamanız gerektiğini düşünüyor? Burada çekimser kalmaya izniniz yok. Hadi bir daha deneyelim: çekimserlik yok tamam mı? Bir mülakatta çekimser kalmazsınız. Siz spot ışığı altındasınız, yönetim kurulu odasındasınız, kaçınız yeni makineyi kiralamanız gerektiğini düşünüyor? Elinizi kaldırın. Havada sallayın. Kaç kişi yeni makineyi kiralamamanız gerektiğini düşünüyor? Yani biraz yarı yarıya gibi ayrıldık, ben işletme yüksek lisans öğrencilerine bakıyorum onlar ne oy vermişler diye. Arkadaşlar siz ne oy verdiniz, kirala mı kiralama mı? Kirala, işletme mastır öğrencileri kiralamayı düşünüyor gibi. Bunun doğru olup olmadığını göreceğiz.

Hadi ilerleyelim, yani muhasebeci yanıtı. Sanırım muhasebecilerin vereceği yanıt şudur. Şunu söyleyeceklerdir, şu anda yılda 1 milyon ton üretiyorsunuz. Yeni makine size – hadi yıllık yazalım – hadi hayalperest olmaya çalışalım – yani yıllık bir milyon ton. Yeni makine size ton başı 0,5 dolar tasarruf ettiriyor. Yani bu yeni makineyi kiralarsanız, yılda 1 milyon ton üretiyorsunuz, bu size ton başı 0,5 dolar tasarruf yaptırıyor. Yani bu size değişken maliyet bazında yılda yarım milyon tasarruf yaptırarak. 115 veya 150 almış olanlar değişken maliyetle neyi kastettiğini bilirler. Bu gerçek gübre üretiminde kurtulmuş olacağınız maliyettir. Yani size yılda yarım milyon tasarruf yaptırır. Maalesef, bu size makinenin maliyetini getirecek ki bu da 0,7 milyon dolarlık bir sabit maliyettir. Ve 0,7 de 0,5'ten büyüktür, yani kiralamamalısınız. Yani 0,5 0,7'den düşük bu yüzden makineyi kiralamayın.

Kaçınız hayır demişti? Bu bir nevi üstün körü yaptığınız bir hesaptı, doğru mu? Muhasebecilerin yaptığı bu bir bakıma üstün körü hesaplama. Peki, burada neler oluyor? Balkondaki işletmecilik okulu öğrencimiz kiralamalısınız diyor. O muhasebe dersi aldı. Aldığını biliyorum çünkü işletmecilik okulunda muhasebe almak zorundasınız. Peki, yanlış olan nedir? Muhasebeden çıktı mı veya yanıtı yanlış mıydı? Yanıt yanlıştı. Muhasebecilerle ilgili iki şeyi bilmelisiniz. Biri şu onlar genelde çok sıkıcıdır ve diğeri de şu onlar çok sık yanılırlar. Yanlış olduklarından daha sık sıkıcı olurlar, ama neredeyse her zaman sıkıcıdırlar. Yani bu yanıt biraz sıkıcı ve öyle oluyor ki aynı zamanda yanlıştır.

Neden yanlış? Yanlış çünkü burada bir varsayım yaptık ve bu iyi bir varsayım değildi. Şu varsayımı yaptık, önceden üretim yaparken ki maliyetinizi düşüren yeni makineye yatırım yaptıktan sonra aynı miktarı üretmeye devam edeceğiniz varsayımını yaptık. Varsaydık ki maliyetlerinizi düşürecek – biliyoruz ki maliyetinizi düşürecek – ve örtülü olarak varsaydık ki yılda bir milyon ton üretmeye devam edeceksiniz, ama bu doğru değil. Bu yüzden hadi daha sofistike bir yanıt bulmaya çalışalım ce eğer muhasebeden daha çok sofistike ve daha az sıkıcı olmak istiyorsanız hangi dersi almak isterdiniz? Muhtemelen ekonomi değil mi, yani hadi iktisadi yanıtı bakalım.

Hadi Ekonomi 115 yanıtına bakalım. Kaçınız Ekonomi 115 almıştı? Kaçınız şu anda 115'i alıyor? Bayağı çok, tamam hadi iktisadi yanıtı bakalım. Önceki cevabın neden yanlış olduğunu görelim. Burada qA var ve burada da \$1 maliyet var, yeni maliyet \$0,5 olacak. Yani bu eksene fiyatları ve maliyetleri koyuyorum. Ve işte bizim artık/bakiye talep eğrimiz. Bu, diğeri üretimini tamamladığında karşılaştığınız talep eğrisidir, yani bu sizin artık talep eğrinizdir. Bu piyasanın sizin arz ulaştırdığınız kısmındaki talep veya piyasanın diğeri tarafından karşılanmayan talebidir. Ve optimal miktarınızı hesaplamak için kendi artık talebiniz üzerinde ne yapmalısınız? Bu artık talep eğrisi üzerinde siz bir monopol gibisiniz, yani ne yapmalısınız? Eğer yanıt geriye dönük çıkarım değilse muhtemelen marjinal gelir eşittir marjinal maliyet olur değil mi?

Hadi bunu deneyelim. Peki, işte kabaca marjinal gelir eğrisi bu, iki kat daha dik olmalı. Bu artık marjinal gelir ve bu da önceden üretmekte olduğunuz miktar. Yani bunun ne olduğunu biliyoruz: bu 1 milyon tondu. Bu marjinal gelir marjinal maliyeti kesiyor. Şimdi maliyetiniz aşağı düştü yani fark ederseniz miktarınız yukarı çıktı. Yeni miktarınız yükseldi çünkü marjinal maliyet azaldıkça marjinal gelir eğrisi üzerinde aşağıya doğru kaydınız. Bu herkes için açık mı? Bu 115'te oldukça fazla kere gördüğünüz şekillerden birisi, doğru mu? Veya 150'de aynı şekilde, doğru mu?

Fark ederseniz bu şekilde aslında muhasebecinin yanıtını görebiliriz, sıkıcı yanıtı. Sıkıcı yanıt buradaki dikdörtgendir. Bu dikdörtgen muhasebeci yanıtıdır. Bu dikdörtgen $0,5 \times 1$, yani $\frac{1}{2}$ olur ve bu da muhasebeci yanıtıdır. Ve neyi kaçırdılar? Muhasebeciler neyi gözden kaçırdı? Onlar şu üçgeni kaçırdı. Size sıkıcı olduklarını söylemiştim, onlar biraz dört köşedir bu yüzden üçgenleri kaçırmaya meyilliler. İşte onların kaçırmış oldukları üçgen. Bu üçgeni kaçırdık. Ve bu üçgen ne büyüklükte? Bunu evde yapabiliriz, bu $\frac{1}{2}$ çarpı taban çarpı yükseklik. Yani bunu hesaplayabiliriz. Bu çizginin eğimini biliyoruz. Bu çizginin eğimini $\frac{1}{3}$ olduğunu biliyoruz. Bu çizginin eğiminin $\frac{2}{3}$ olduğunu biliyoruz. Bu üçgenin yüksekliğinin $\frac{1}{2}$ olduğunu biliyoruz. Genişliğinin ne olduğunu da hesaplayabiliriz, böylece taban çarpı yüksekliğin yarısını alabiliriz. Şöyle çıkıyor bunun alanı – ben bunu evde yapmışım bu yüzden hemen yazayım – bunun alanı $\frac{3}{16}$ 'dir.

Yeniden, herkes evde üçgenin alanını bulabilir, doğru mu? Bunu hepimiz muhtemelen lise birinci sınıf geometrisinden biliyorsunuzdur. Yani bunu evde doğru yaptığımı

varsayarak, bu $3/16$ ve bu da yaklaşık olarak $0,19$ eder. Peki, ne durumdayız şimdi? Muhasebe yanıtından $\frac{1}{2}$ tasarrufumuz olduğunu biliyoruz. İktisadi yanıtın buna bir başka $0,19$ eklemeliyiz – bu üçgendir – toplamda $0,69$ eder ama maalesef bu hala $0,7$ 'den, makinenin maliyetinden, makinenin yıllık maliyetinden, düşüktür. Yani hala kiralamamız gerekiyor gibi duruyor.

Yani Ekonomi 115'i aldıktan sonra bile ki bunu yapmak iyidir – muhasebeden çok daha az sıkıcıdır ve size eğer işleri doğru yaparsanız muhasebe yanıtını da verir – biz hala kiralamanız gerektiği sonucuna varıyoruz. Ama işletmecilik okulundaki arkadaşımız kiralamalısınız dedi, değil mi? Yani muhasebede olduğu gibi ekonomiden de çaktı mı? Veya bu yanıt mı yanlış? Bu yanıt hala yanlıştır.

[Bunu silmek istememiştim. Bu kötü oldu. Şimdi yapacağım bir şey yok. İnsanlar bu rakamları bir yerlere yazmışlardır. Umarım benim notlarım arasındadırlar.]

Bu yanıt hala yanlıştır. Doğru yanıt bulmamız lazım. Yani ihtiyacımız olan şey üçüncü yanıt, Oyun Teorisi yanıtı, buna aynı zamanda doğru yanıt da denir. Neyi kaçırıyoruz? İktisadi yanıtın yanlış olduğu yer neresi? Birileri? Herkes bunun yanlış olduğunu biliyordu, neden yanlış? Gayet iyi görünüyordu, bunun hatası nedir? Hadi aşağıya zıplayalım. Ön sıradan birisi bana yardım edecek. Neyi yanlış yaptım?

Öğrenci: Firma B de miktarını değiştirir.

Profesör Ben Polak: Doğru, muhasebe yanıtında Firma A'nın miktarını sabit tuttuğunu, bizim miktarımızı sabit tuttuğumuzu varsaydık ve bu yanlıştı. Ama ek olarak, Firma B de miktarını değiştirecek değil mi? Firma B miktarını değiştirecek. Kendimize neden olduğunu hatırlatalım, Biz hala Cournot rekabeti oynuyoruz, işte bizim q_A ve q_B 'li Cournot diyagramımız. Bu yatırımı yapmadan önce model simetrikti. İşte burada. Ve bu Firma A'nın eski en iyi tepkisi ve bu da Firma B'nin eski en iyi tepkisidir. Az önce iktisadi yanıtta ne öğrenmiştik? Öğrendik ki Firma A maliyetleri azaldıkça Firma B'nin üretebileceği her bir miktara karşılık daha fazla üretecektir. Yani bu artık talep eğrisinin nereden kaynaklandığından bağımsız olarak, Firma A maliyetleri azaldıkça üretimini artırır. Bunu biliyoruz.

Peki, bu bize ne söylüyor? Bu bize Firma A'nın yeni en iyi tepkisinin sağa kaydığını söylüyor. Firma A'nın yeni en iyi tepkisi budur. Sağa kaymış durumda. Şimdi Firma B'nin ürettiği her miktara karşı daha fazla üretim yapıyor. Yani q_A artmış oldu. Bu bizim iktisadi yanıtımızdı. Ama bu Firma B'yi ne yapmaya itiyor? Daha az üretmeye. Bu q_B 'nin azalmasına yol açıyor. Fark ettiyseniz eski dengeden yeni dengeye Firma B'nin en iyi tepkisi üzerinden geldik ve yeni dengede Firma B'nin üretimi düştü. Bu arada, Firma A stratejisini arttırdığında Firma B stratejisini azaltırsa bu ne tip bir oyundur? Stratejik ikameler, doğru.

Bu bir stratejik ikameler oyunu olduğundan – iyi bir mülakat sözcüğü, bir mülakatta belirtmek için iyi bir sözcük – çünkü bu bir stratejik ikameler oyunudur, Firma B'nin miktarını azalttığını biliyoruz. Firma B miktarını azalttığında bu A için iyi mi yoksa kötü müdür? Bu A için iyi, değil mi? Bu Firma A için iyidir, rekabeti yumuşatır. Bunun sonucunda, karda artışa yol açar. Yine – bugün zamanımız yok—ama şunu yapabiliriz, geriye gidip yeni Cournot dengesini tekrar hesaplayabiliriz. Bunu hesaplayabiliriz – bunu bir ev ödevi egzersizi olarak yapabiliriz – yeni Nash dengesini hesaplayın ve bunun bir alt-oyundaki Nash dengesi olduğunu fark edin.

Bu neden bir alt-oyundur? Çünkü Firma A bu yeni makineyi alıp almama kararını verdi ve sonra Cournot oynadı. Yani Cournot oyunu, buradaki oyun, bu nedir? Bu bir alt-oyundur. Bu alt-oyunun diyagramıdır, isterseniz. Bu alt-oyunun en iyi tepkileridir. Yani alt-oyun mükemmelleştirmesinin bize burada yapmamızı söylediği şey ilk olarak, alt-oyundaki yeni dengeyi bulmak, bu yeni dengenin Firma A için değerini bulmak ve bunu yatırım kararına geri getirmektir. Bunu yaptığımız zaman ekstradan 0,31 milyon dolar alırız. Bunu evde yapabiliriz, ekstradan 0,31 milyon dolar daha alırız. Yani bizim işletmecilik okulu öğrencimiz haklıymış, güzel. Zaten elimizde olan 0,69'a bu 0,31'i eklersek elimize 1 geçer ki bu tabii ki 0,7'den büyüktür ve gerçekten de makineyi kiralamanız gerekir.

Şimdi, bu oyundan iki dersi beraberinizde götürmenizi istiyorum. İlk götürmeniz gereken ders şu. Bunun gibi bir oyunu analiz ederken, gerçek hayatta olsun iş mülakatında olsun, ilk yapmak isteyeceğiniz şey nedir? Alt-oyuna bakmak istersiniz. Eğer yatırım yapmış olursanız ne olacağına bakmak istersiniz ve bu alt-oyundaki yeni Nash dengesini çözmek istersiniz. Sonra bu alt-oyundaki değeri geriye ilk kararın olduğu yere ki bu makineyi kiralamak veya kiralamamak konusundaki stratejik yatırım kararıdır taşımak istersiniz. Şematik olarak, oyun böyle görünür: kirala veya kiralama ve her durumda da Cournot oynanır. Her durumda bir alt-oyun var. Bu durumda, ikinizin de aynı maliyetleri varken simetrik Cournot oynarsınız ve burada farklı maliyetleriniz varken asimetric Cournot oynarsınız. Ve bu oyunu analiz etmenin yolu şudur, simetrik Cournot'yu çözeriz ve gerçekten önden bunu yaptık. Şimdi asimetric Cournot'daki yeni dengeyi çözeriz, buradaki. Bu eski olan ve buradaki yeni olan. Bunu çözün. Ne kadar kar alacağınızı hesaplayın. Ve bu adımı atmanın size maliyetinin 0,7 olduğunu hatırlayarak o karı geri taşıyın. Yani bu ilk götürülecek ders.

Ama ikinci götürülecek ders daha geneldir, bu yüzden herkesin uyanması için bir durayım. İkinci götürülecek ders şu. Burada iktisadi yanıt ve muhasebe yanıtından balansı bozan şey stratejik etkilerdir. Stratejik etkidir. Bu bir stratejik etkidir. Bu diğer firmanın veya diğer oyuncuların davranışlarını değiştirme etkisidir. Ve stratejik kararlar hakkında düşünürken yapılan en yaygın hata nedir? Bunların stratejik olduğunu unutmaktır. Diğer oyuncuların davranışlarını değiştireceklerini unutmaktır. Bu örnekte. Diğer firma üretimini o kadar kısıyor ki bu yatırım karlı hale geliyor.

Ama size iki örnek daha vereyim. Bir numaralı örnek. ABD için yeni bir vergi politikası tasarlıyorsunuz. Bunu analiz etmenin en budalaca yolu insanların şimdi ne yaptıklarına bakıp yeni vergi rakamlarını zorlamak ve muhasebeci gibi davranmak ve hükümetin ne kadar para yapacağını hesaplamaktır. Bu neden yanlıştır? Çünkü bir şeyi unutuyorsunuz, vergi kanununu değiştirdince insanların davranışları değişir. Teşvikler değişir ve insanların davranışları değişir. Bu vergi kanunu tasarımında hataya yol açar. Stratejik etkileri hesaba katmalısınız: davranışlar nasıl değiştiğini.

İki numaralı örnek, bize daha yakın. Yale için yeni bir müfredat tasarlıyorsunuz. Yani müfredatın kurallarını değiştiriyorsunuz ve analiz yaparken şunu diyorsunuz – ben bunu söylemezdim ama komitedeki bazıları bunu söyleyebilir – yeni kurallar altında eğer insanların önceden yaptıklarına bakarsak, bundan daha fazla ve bundan daha az yapacaklar ve bunu öğrenecekler ve şunu öğrenecekler. Neyi gözden geçiriyorsunuz? Şunu gözden geçiriyorsunuz, öğrenciler oyunculardır ve siz müfredat kurallarını değiştirdikçe öğrenciler davranışlarını değiştirir. Yani bugünkü dersin en büyük dersi şu muhasebeci gibi olmayın, kısmen çünkü bu sıkıcıdır ve flörte çıkamazsınız ve kısmen çünkü önemli stratejik etkileri gözden geçirirsiniz. Çarşamba günü geri gelip daha fazlasına bakacağız.

[transkript sonu]